1. Pro všechna přípustná $x \in \mathbb{R}$ vypočtěte derivace funkcí:

a) $f(x) = (x^2 + 7x)^{15}$;

b) $f(x) = \sin 2x^2$;

c) $f(x) = \sin \sqrt{x}$;

d) $f(x) = \sin^2 x$;

e) $f(x) = \arcsin 2x$;

f) $f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{x}$;

g) $f(x) = 6^{x^2}$;

h) $f(x) = \ln(x^4 + x^2 + 1)$;

i) $f(x) = 4^{x \cdot \cos x}$;

j) $f(x) = x^3 \cdot 5^{\operatorname{tg} x}$;

k) $f(x) = \ln(\sin^2 x + 2)$;

l) $f(x) = (x + \frac{1}{x})^3$;

m) $f(x) = \sqrt[3]{\cos x^2 - 1}$;

n) $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$;

o) $f(x) = 3^{\sqrt{x}}$;

p) $f(x) = \ln(e^x + e^{-x})$;

q) $f(x) = \sin^2(x^2 + 1)$;

r) $f(x) = 2^{x^2} \cdot \operatorname{cotg} x$;

s) $f(x) = 7^{x \cdot \operatorname{tg}^2 x}$;

t) $f(x) = \ln(\operatorname{tg}^2 x + 1)$;

u) $f(x) = \ln^2(x^2 + 1)$;

v) $f(x) = \ln(\ln(\sin^2 x + 1))$;

w) $f(x) = \operatorname{arctg}^2 x^3$.

Výsledky

1. a) $f'(x) = 15 \cdot (x^2 + 7x)^{14} \cdot (2x + 7)$;

b) $f'(x) = 4x \cdot \cos 2x^2$;

c) $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \cos \sqrt{x}$;

d) $f'(x) = 2 \sin x \cdot \cos x = \sin 2x$;

e) $f'(x) = \dfrac{2}{\sqrt{1 - 4x^2}}$;

f) $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}(1 + x)}$;

g) $f'(x) = 6^{x^2} \cdot \ln 6 \cdot 2x$;

h) $f'(x) = \dfrac{4x^3 + 2x}{x^4 + x^2 + 1}$;

i) $f'(x) = 4^{x \cdot \cos x} \cdot \ln 4 \cdot (\cos x - x \sin x)$;

j) $f'(x) = 3x^2 \cdot 5^{\operatorname{tg} x} + x^3 \cdot 5^{\operatorname{tg} x} \cdot \ln 5 \cdot \dfrac{1}{\cos^2 x}$;

k) $f'(x) = \dfrac{2 \sin x \cos x}{\sin^2 x + 2}$;

l) $f'(x) = 3 \cdot \left(x + \dfrac{1}{x}\right)^2 \cdot \left(1 - \dfrac{1}{x^2}\right)$;

m) $f'(x) = \dfrac{-2x \cdot \sin x^2}{3 \cdot \sqrt[3]{(\cos x^2 - 1)^2}}$;

n) $f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$;

o) $f'(x) = 3^{\sqrt{x}} \cdot \ln 3 \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$;

p) $f'(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$;

q) $f'(x) = 2 \cdot \sin(x^2 + 1) \cdot \cos(x^2 + 1) \cdot 2x$;

r) $f'(x) = 2^{x^2} \cdot \ln 2 \cdot 2x \cdot \operatorname{cotg} x - 2^{x^2} \cdot \dfrac{1}{\sin^2 x}$;

s) $f'(x) = 7^{x \cdot \operatorname{tg}^2 x} \cdot \ln 7 \left(\operatorname{tg}^2 x + 2x \cdot \dfrac{\operatorname{tg} x}{\cos^2 x}\right)$;

t) $f'(x) = 2 \cdot \operatorname{tg} x$;

u) $f'(x) = 2 \ln(x^2 + 1) \cdot \dfrac{2x}{x^2 + 1}$;

v) $f'(x) = \dfrac{2 \cdot \sin x \cdot \cos x}{(\sin^2 x + 1) \cdot \ln(\sin^2 x + 1)}$;

w) $f'(x) = 2 \operatorname{arctg} x^3 \cdot \dfrac{3x^2}{1 + x^6}$.