# $\boxed{\text{Determinanty}}$

- matice $2\times 2$ – krížové pravidlo

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1\cdot 4 - 2\cdot 3 = 4-6 = -2$$

$$\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -1\cdot 1 - 2\cdot 3 = -7$$

$$\begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -2\cdot 1 - 3\cdot(-1) = -2+3 = 1$$

$$\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = 4\cdot(-1) - 2\cdot(-1) = -4+2 = -2$$

$$\begin{vmatrix} -3 & -2 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} = -3\cdot(-1) - 5\cdot(-2) = 13$$

- matice $3\times 3$ – Sarrusovo pravidlo

$$\begin{array}{c} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} \\ \left.\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \end{matrix}\right\} \text{– opíšu prvé 2 riadky} \end{array}$$

$$= 1\cdot 1\cdot 3 + (-1)\cdot 1\cdot 3 + 0\cdot 2\cdot 2 - 3\cdot 1\cdot 0 - 2\cdot 1\cdot 1 - 3\cdot 2(-1) =$$
$$= 3-3+0-0-2+6 = 4$$

$$\begin{array}{c} \begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & -1 \end{vmatrix} \\ \begin{matrix} 3 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{matrix} \end{array}$$

$$= 3\cdot 1\cdot(-1) + 2\cdot 2\cdot 1 + 4\cdot(-1)\cdot(-1) - 1\cdot 1\cdot 4 - (-1)\cdot 2\cdot 3 - (-1)\cdot(-1)\cdot 2 =$$
$$= -3+4+4-4+6-2 = \underline{\underline{5}}$$

• matice 4×4 a větší – rozvoj determinantu

$$\begin{vmatrix} 1&2&-1&1\\ 0&2&3&-1\\ 2&-1&0&0\\ 1&0&2&-1\end{vmatrix}$$

vyberu si řádek nebo sloupec, kde je nejvíc nul

a to samé pro č. $\boxed{-1}$

$$= \underset{\text{opíšu}}{2}\cdot(-1)^{3+1}\cdot\begin{vmatrix}2&-1&1\\ 2&3&-1\\ 0&2&-1\end{vmatrix} + (-1)\cdot(-1)^{3+2}\cdot\begin{vmatrix}1&-1&1\\ 0&3&-1\\ 1&2&-1\end{vmatrix} + 0 + 0 =$$

vždy (−1) na řádek + sloupec (tedy ta 2 leží ve 3. řádku a 1. sloupci)

vyškrtnu původní matici řádek a sloupec tou dvojkou

$$\begin{vmatrix} 1&2&-1&1\\ 0&2&3&-1\\ 2&-1&0&0\\ 1&0&2&-1\end{vmatrix}$$

3. řádek a 2. sloupec

$$\begin{vmatrix} 1&2&-1&1\\ 0&2&3&-1\\ 2&-1&0&0\\ 1&0&2&-1\end{vmatrix}$$

$$= 2\cdot(-1)^4\cdot 0 + (-1)\cdot(-1)^5\cdot(-3) + 0 + 0 = -1\cdot(-1)\cdot(-3) = \underline{\underline{-3}}$$

$$\begin{vmatrix}2&-1&1\\ 2&3&-1\\ 0&2&-1\end{vmatrix} = 2\cdot3\cdot(-1) + 2\cdot2\cdot1 + 0\cdot(-1)(-1) - 1\cdot3\cdot0 - (-1)\cdot2\cdot2 - (-1)(-1)\cdot2$$

$$\begin{matrix}2&-1&1\\ 2&3&-1\end{matrix}$$

$$= -6 + 4 + 0 - 0 + 4 - 2 = \underline{\underline{0}}$$

$$\begin{vmatrix}1&-1&1\\ 0&3&-1\\ 1&2&-1\end{vmatrix} = -3 + 0 + 1 - 3 + 2 - 0 = -3$$

$$\begin{matrix}1&-1&1\\ 0&3&-1\end{matrix}$$

př.:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -1\cdot(-1)^{1+2}\cdot\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} + 0 + 5\cdot(-1)^{3+2}\cdot\begin{vmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} + 0$$

(mohu také vybrat poslední řádek, je to jedno)

$$= -1\cdot(-1)^3\cdot(-2) + 0 + 5\cdot(-1)^5\cdot 8 + 0 =$$

$$= -1\cdot(-1)\cdot(-2) + 5\cdot(-1)\cdot 8 = -2 - 40 = \underline{\underline{-42}}$$

$$\left|\begin{array}{ccc} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{array}\right| = 1 + 0 + 3 - 6 - 0 - 0 = -2$$
$$\begin{array}{ccc} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{array}$$

$$\left|\begin{array}{ccc} 2 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{array}\right| = -2 + 0 + 12 - 0 - 0 - 2 = 8$$
$$\begin{array}{ccc} 2 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{array}$$

př.:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 2\cdot(-1)^{3+1}\cdot\begin{vmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} + 0 + 0 + 3\cdot(-1)^{3+4}\cdot$$

$$\cdot\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 2\cdot(-1)^4\cdot 2 + 0 + 0 + 3\cdot(-1)^7\cdot 2 =$$

$$= 2\cdot 1\cdot 2 + 3\cdot(-1)\cdot 2 = 4 - 6 = \underline{\underline{-2}}$$