Matice

1) Vypočítejte A*B*C

$$A=\begin{bmatrix}1 & -1 & 0\\ 2 & 1 & -3\\ 0 & 2 & 1\end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix}2 & 1 & 1\\ 3 & 2 & 0\\ 1 & -1 & 0\end{bmatrix}$$

$$C=\begin{bmatrix}0 & 3 & 1\\ 1 & 0 & -2\\ 2 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1 & -2 & 1\\ 11 & 14 & -10\\ 3 & 21 & 1\end{bmatrix}$$

2) Vynásobte A * B

$$A=\begin{bmatrix}2 & 5 & 7\\ -1 & 0 & 4\end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix}3 & 2 & 1 & 7\\ -4 & 0 & 6 & 1\\ 2 & 11 & 1 & -2\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}0 & 81 & 39 & 5\\ 5 & 42 & 3 & -15\end{bmatrix}$$

3) Spočtěte A*B - B*A

$$A=\begin{bmatrix}3 & 2 & -4\\ -2 & 5 & 8\end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix}5 & 7\\ -3 & 4\\ 1 & 2\end{bmatrix}$$

[nelze odčítat matice různé velikosti]

4) Určete hodnost matic:

$$A=\begin{bmatrix}2 & -4 & 8 & 0 & 4\\ 3 & -6 & 1 & 4 & -3\\ -4 & 2 & 5 & -1 & 7\\ 5 & -4 & -12 & 5 & -14\end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix}2 & 1 & 3 & 4 & 6\\ 3 & -2 & 1 & -3 & -2\\ 7 & 0 & 7 & 5 & 10\\ -4 & 5 & 1 & 10 & 10\\ 5 & -1 & 4 & 1 & 4\\ 8 & -3 & 5 & -2 & 2\end{bmatrix}$$

[h(A) = 3, h(B) = 2]

5) Určete hodnost matic:

a) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -8 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & -5 & 4 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ g) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 3 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ h) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 11 & 13 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & 13 & 24 \end{pmatrix}$

a) 1; b) 2; c) 2; d) 2; e) 3; f) 3; g) 4; h) 2

6) Vypočítejte inverzní matici k maticím:

a) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$;

d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$; e) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$;

g) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; h) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -10 \\ -1 & -8 & 15 \\ 3 & -2 & -5 \end{pmatrix}$;

a) $\begin{pmatrix} 0,4 & 0,2 \\ -0,3 & 0,1 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 7 & -4 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$

d) neexistuje; e) $1/9 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$;

g) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; h) neexistuje;

7) Určete determinanty matic:

$$A = \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 8 & -5 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} x+y & x-y \\ x-y & x+y \end{vmatrix} \quad C = \begin{vmatrix} 1 & \log_2 5 \\ \log_5 2 & 1 \end{vmatrix} \quad D = \begin{vmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{vmatrix}$$

[det A = 4, det B = 4xy, det C = 0, det D = 1]

8) Určete determinanty matic:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 6 & 8 & 9 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 4 & 7 \\ 4 & 8 & 9 \end{vmatrix} \quad C = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ -3 & 5 & 4 \end{vmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 5 \\ -3 & 2 & -8 \\ 1 & -7 & -5 \end{bmatrix}$$

[det A = 10, det B = 0, det C = 0, det D = -100]

9) Řešte soustavy rovnic:

a) $\begin{aligned} x_1+x_2 &= 0 \\ x_2+x_3 &= 1 \\ x_1+x_3 &= 2 \end{aligned}$ b) $\begin{aligned} 2x_1+x_2 &= 0 \\ 2x_2+x_3 &= 0 \\ 2x_1 +x_3 &= 0 \end{aligned}$ c) $\begin{aligned} 3x_1+2x_2-x_3 &= 8 \\ -x_1+3x_2+2x_3 &= 3 \\ 2x_1-x_2+4x_3 &= -4 \end{aligned}$

d) $\begin{aligned} 4x_1-6x_2+5x_3 &= 0 \\ 6x_1-9x_2+10x_3 &= 0 \end{aligned}$ e) $\begin{aligned} x_1+2x_2-3x_3+x_4 &= 0 \\ -x_1+x_2-x_3+x_4 &= 0 \\ 2x_1+3x_2+4x_3-x_4 &= 0 \\ -2x_1+x_2+x_3-3x_4 &= 0 \end{aligned}$ f) $\begin{aligned} x_1+4x_2-3x_3 &= 0 \\ x_1-3x_2-x_3 &= 0 \\ 2x_1+x_2-4x_3 &= 0 \end{aligned}$

a) $(1/2, -1/2, 3/2)$; b) $(0, 0, 0)$; c) $(1, 2, -1)$
d) $(3a, 2a, 0)$, $a \in R$ lib.; e) pouze triviální řešení;
f) $(13a, 2a, 7a)$, $a \in R$ lib.;

10) Řešte soustavy rovnic:

a) $\begin{aligned} 3x_1+5x_2+6x_3 &= 1 \\ 4x_1+3x_2+2x_3 &= 5 \\ 3x_1+5x_2+x_3 &= 1 \end{aligned}$ b) $\begin{aligned} -4x_1+2x_2+5x_3 &= 4 \\ 3x_1+6x_2+3x_3 &= 0 \\ 3x_1-2x_2+3x_3 &= 0 \end{aligned}$ c) $\begin{aligned} x_1-2x_2+2x_3 &= -9 \\ 3x_1+5x_2+4x_3 &= 10 \\ 5x_1+12x_2+6x_3 &= 29 \end{aligned}$

a) $(2, -1, 0)$; b) $(-4/9, 0, 4/9)$;
c) $(1-18a, 2a+3, 11a-2)$, a lib. reálné číslo