1) Určete znaménka funkce. (tzn. intervaly, na kterých je funkce kladná resp. záporná)

$$f(x)=\frac{x^4+4x^3+3x^2-4x-4}{x^3-3x^2+2x}$$

2) Rozložte na parciální zlomky:

$$\frac{-x-8}{x^3+4x}$$

3) Vyřešte soustavu rovnic:

$$\begin{aligned} 3a-2b-3c+4d &= -2 \\ b+d &= 1 \\ a+b-c+d &= 2 \\ a-c &= 1 \end{aligned}$$

4) Nakreslete graf funkce $f(x)=-\arcsin(x-2)$. Najděte k funkci *f(x)* funkci inverzní. Určete definiční obor a obor hodnot obou funkcí.

5) Vypočítejte:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}^{-1}$$

6) Vypočítejte limitu:

$$\lim_{x\to 1}\frac{2-\sqrt{x+3}}{\sqrt{x}-1}$$

7) Nakreslete graf funkcí *f(x)* a určete dané limity:

a. $f(x)=e^{-x}-1$ $\quad\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=$

b. $f(x)=-\log_{\frac{1}{2}} x$ $\quad\lim\limits_{x\to 0+} f(x)=$

c. $f(x)=\dfrac{x+3}{x-1}$ $\quad\lim\limits_{x\to 1-} f(x)=$

1) Určete znaménka funkce. (tzn. Intervaly, na kterých je funkce kladná resp. záporná)

$$f(x) = x^8 + x^7 - 3x^6 - x^5 + 2x^4$$

2) Rozložte na parciální zlomky:

$$\frac{2x+1}{x^3 + 2x^2 + x}$$

3) Vyřešte soustavu rovnic:

$$\begin{aligned} 2a + b - c - d &= -3 \\ a - b + c - d &= -2 \\ 3a + 3c - 5d &= -8 \\ -2a - b + 4c - 2d &= 0 \end{aligned}$$

4) Nakreslete graf funkce $f(x) = arctg(-x) - \frac{\pi}{2}$. Najděte k této funkci funkci inverzní. Určete definiční obor a obor hodnot obou funkcí.

5) Vypočítejte:

$$5 \cdot \det\left[\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}^{-1}\right] - \det\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} =$$

6) Vypočítejte limity:

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x-2}{x^2 + 4x + 4} =$$

$$\lim_{x \to -2} \frac{x-2}{x^2 + 4x + 4} =$$

7) Nakreslete graf funkcí *f(x)* a určete dané limity:

a. $f(x) = \ln(-x)$ $\lim_{x \to 0-} f(x) =$

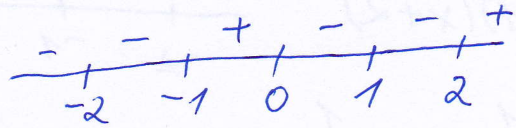
b. $f(x) = -\left(\frac{1}{3}\right)^x + 1$ $\lim_{x \to \infty} f(x) =$

c. $f(x) = \frac{2x-1}{x-2}$ $\lim_{x \to 2+} f(x) =$

Řešení:

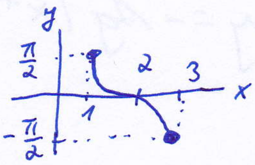
skupina A:

1) $\dfrac{(x-1)(x+1)(x+2)^2}{x(x-2)(x-1)}$



2) $-\dfrac{2}{x}+\dfrac{2x-1}{x^2+4}$

3) nekon. mnoho řeš.: $[t+1, \frac{3}{2}, t, -\frac{1}{2}]$ $t \in R$

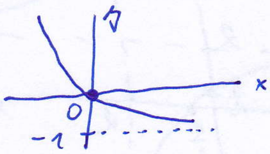
4) 

$Df = \langle 1; 3\rangle = Hf^{-1}$ $\quad f^{-1}: y = 2 - \sin x =$

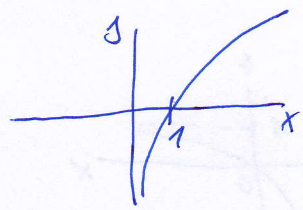
$Hf = \langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\rangle = Df^{-1}$ $\quad = 2 + \sin(-x)$

5) $\begin{pmatrix} 8 & -6 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$

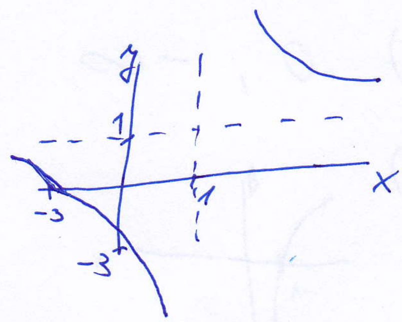
6) $-\frac{1}{2}$

7) 

$\lim_{x\to\infty} f(x) = -1$



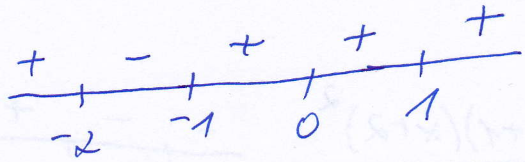
$\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$



$\lim_{x\to 1^-} f(x) = -\infty$

skupina B:

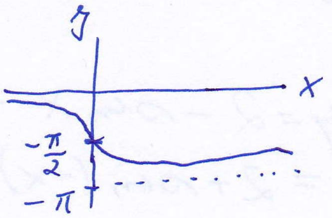
1) $x^4(x-1)^2(x+1)(x+2)$



2) $\dfrac{1}{(x+1)^2} - \dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{x}$

3) nekon. mnoho řeš.: $\left[\dfrac{2t-5}{3}, \dfrac{2t-2}{3}, t-1, t\right]$ $t \in R$

4)



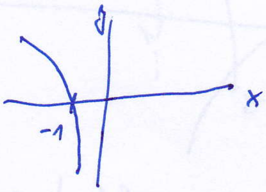
$Df = R = Hf^{-1}$ $\quad f^{-1}: y = -tg\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

$Hf = (-\pi, 0) = Df^{-1}$

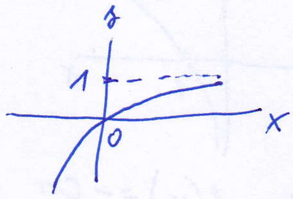
5) 5

6) 0 ; $-\infty$

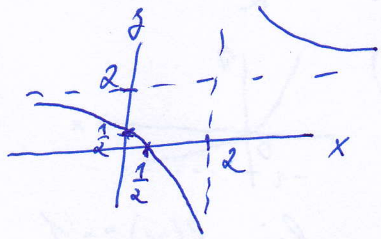
7)



$\lim\limits_{x \to 0-} f(x) = -\infty$



$\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = 1$



$\lim\limits_{x \to 2+} f(x) = +\infty$