

ŘADY

1) Určete součet daných řad:

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{7^n}$

g) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3 \cdot 2^n + 4 \cdot 3^n}{7^n}$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{2}{3}\right)^n$

h) $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n \cdot 3^{1-n}$

c) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{4}{3}\right)^n$

i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n - 3^n}{12^n}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n$

j) $\sum_{n=0}^{\infty} 3^n \cdot 5^{2-n}$

e) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{3}{2}\right)^n$

Řešení:

a) 7/6, b) 3/5, c) $+\infty$,

f) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n - \frac{1}{2^n}$

d) -1/3, e) neexistuje,

f) -1/2, g) 56/5, h) 6, i) 1/6, j) 125/2

2) Rozhodněte o konvergenci či divergenci řad:

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{2}{3}\right)^n$

f) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1}$

j) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 3n + 2}$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{4}{3}\right)^n$

g) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$

k) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\arctgn}{n^2 + 1}$

c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{(n+2)!}$

h) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln^2 n}$

d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{4^n}$

i) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 1}$

a) K, b) D, c) K, d)
K, e) D, f) D, g) D,
h) K, i) D, j) K, k) K

e) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n \cdot 3^n}{n^2 + 1}$

Řešení:

3) Rozvíňte dané funkce do mocninné řady:

a. $\frac{1}{1-x}$

c. $\frac{1}{1-x^4}$

b. $\frac{1}{1+x^2}$

d. $\frac{1}{1+x^3}$

Řešení: a) $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$, b) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n}$, c) $\sum_{n=0}^{\infty} x^{4n}$, d) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{3n}$

Pro všechny řady platí: $x \in (-1;1)$.