LOKÁLNÍ EXTRÉMY FUNKCE

Určete lokální extrémy funkcí:

1. $z = 2x \cdot y - 3x^2 - 2y^2 + 10;$
2. $z = x^2 - x \cdot y + y^2 - 2x + y;$
3. $z = x^3 + y^3 - 3x \cdot y;$
4. $z = y - \frac{x^3}{3} + \ln(x - y);$
5. $z = x^2 + 4y + \frac{2y^2}{x};$
6. $z = 5x \cdot y + \frac{25}{x} + \frac{8}{y};$
7. $z = -y^2 + x - \mathrm{e}^{x-2y};$
8. $z = \mathrm{e}^{\frac{x}{2}}(x + y^2);$
9. $z = \mathrm{e}^{-x^2-y^2};$
10. $z = y^2 \cdot \ln x - 4x;$
11. $z = 3\ln x + x \cdot y^2 - y^3;$
12. $z = x \cdot \mathrm{e}^{-x^2} - 2y^2.$

Řešení:

1. ostré lokální maximum je v bodě $(0, 0)$,
2. ostré lokální minimum je v bodě $(1, 0)$,
3. ostré lokální minimum je v bodě $(1, 1)$,
4. ostré lokální maximum je v bodě $(1, 0)$,
5. ostré lokální minimum je v bodě $(1, -1)$
6. ostré lokální minimum je v bodě $(\frac{5}{2}, \frac{4}{5})$,
7. ostré lokální maximum je v bodě $(2, 1)$,
8. ostré lokální minimum je v bodě $(-2, 0)$,
9. ostré lokální maximum je v bodě $(0, 0)$,
10. nemá lokální extrémy;
11. nemá lokální extrémy;
12. ostré lokální maximum je v bodě $(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0)$,

Určete lokální extrémy funkce:

a) $z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y$ b) $z = 2xy - 2x - 4y$

c) $z = 9 - (x-5)^2 + (y-4)^2$ d) $z = x^3 + xy^2 + 6xy$

e) $z = x^3 - 3xy + y^3$ f) $z = xy + \dfrac{50}{x} + \dfrac{20}{y}$

g) $z = 3 + (x^2 + y)e^y$

Výsledky 4.1. a) [$z_{\min} = -21$ v bodě $P = [1, 4]$], b) [neexistují], c) [neexistují], d) [$z_{\min} = -6\sqrt{3}$ v bodě $P_1 = [\sqrt{3}, -3]$, $z_{\max} = 6\sqrt{3}$ v bodě $P_2 = [-\sqrt{3}, -3]$], e) [$z_{\min} = -1$ v bodě $P = [1, 1]$], f) [$z_{\min} = 30$ v bodě $P = [5, 2]$], g) [$z_{\min} = 3 - \frac{1}{e}$ v bodě $P = [0, -1]$].

Cvičení 4.3. Vypočtěte vázané extrémy funkce:

$$\begin{array}{lr} \text{a) } z = x + y, \text{ jestliže} & xy = 1 \\ \text{b) } z = x + y, \text{ jestliže} & x^2 + y^2 = 1 \\ \text{c) } z = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}, \text{ jestliže} & \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{y^2} = 1 \end{array}$$

Výsledky 4.3. a) [$z_{\max} = -2$ v bodě $P_1 = [-1, -1]$, $z_{\min} = 2$ v bodě $P_2 = [1, 1]$], b) [$z_{\max} = \sqrt{2}$ v bodě $P_1 = [\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}]$, $z_{\min} = -\sqrt{2}$ v bodě $P_2 = [-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}]$], c) [$z_{\max} = \sqrt{2}$ v bodě $P_1 = [\sqrt{2}, \sqrt{2}]$, $z_{\min} = -\sqrt{2}$ v bodě $P_2 = [-\sqrt{2}, -\sqrt{2}]$]