Jméno: ……………………………………… zápočtová písemka - MAT

SKUPINA A

1) Vypočtěte integrál:

$$\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 13}$$

2) Určete parciální derivace prvního řádu:

$$f(x, y) = 3x^2 \cdot \ln\left(x^2 + 5y\right) - arctg\, \frac{x + 2y}{\sqrt{y}}$$

3) Řešte diferenciální rovnici s danou počáteční podmínkou:

$$\left(x^2 + 1\right) \cdot y' = 2xy \qquad\qquad y(1) = 4$$

4) Určete, jestli daná řada konverguje absolutně, neabsolutně či diverguje:
(do postupu uveďte, jaká pravidla jste použili)

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{n^2 - 1}$$

Jméno: ……………………………………… zápočtová písemka - MAT

SKUPINA B

1) Vypočtěte integrál:

$$\int \frac{-x-18}{x^2+x-12}\,dx$$

2) Určete definiční obor funkce:

$$f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2-16}-\frac{\ln\left(y-x^2\right)}{y-5}$$

3) Řešte diferenciální rovnici:

$$y''+y'-6y=10\cdot e^{2x}$$

4) Určete obor konvergence a obor absolutní konvergence řady:
(do postupu uveďte, jaká pravidla jste použili)

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+3)^n}{n\cdot 4^n}$$

Jméno: ……………………………………… zápočtová písemka - MAT

SKUPINA C

1) Najděte lokální extrémy funkce *f(x,y)*:

$$f(x,y) = 3x^3 - y^2 + 6xy$$

2) Určete definiční obor dané funkce:

$$f(x,y) = \sqrt{\frac{2x - y}{x^2 + y^2 - 4}}$$

3) Řešte diferenciální rovnici:

$$y'' + y' - 6y = 18x^2 - 19$$

4) Určete, jestli daná řada konverguje:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{arctg\ n}{n^2 + 1}$$

Jméno: ……………………………………………   zápočtová písemka - MAT

SKUPINA D

1) Určete obsah plochy mezi funkcí *f(x)*a osou x na intervalu $\left\langle e; e^2 \right\rangle$:

$$f(x) = \frac{1}{x \cdot \ln x}$$

2) Určete f''_{yx} :

$$f(x, y) = x^3 + x^2 y - \frac{x}{y} + e^{xy}$$

3) Řešte diferenciální rovnici s počáteční podmínkou:

$$y' + \left(3x^2 + 5\right) \cdot y = 0 \qquad y(0) = 2$$

4) Určete obor konvergence a obor absolutní konvergence řady:
(do postupu uveďte, jaká pravidla jste použili)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n} \cdot e^n}$$

Řešení:

(A)

1) $\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{x-3}{2}+c$

2) $f'_x = 6x\ln(x^2+5y)+\frac{6x^3}{x^2+5y}-\frac{\sqrt{y}}{y+x^2+4xy+4y^2}$

$f'_y = \frac{15x^2}{x^2+5y}-\frac{2y-x}{2\sqrt{y}\,(y+x^2+4xy+4y^2)}$

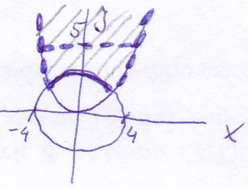
3) $y=2\cdot(x^2+1)$

4) konverguje neabsolutně (lze použít srovnávací kritérium nebo integrální, a Leibnitz. pravidlo)

(B)

1) $-3\ln|x-3|+2\ln|x+4|+c$

2) Df:



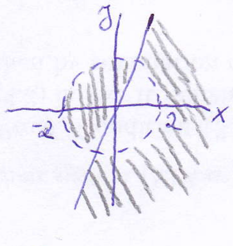
3) $y=c_1e^{-3x}+c_2e^{2x}+2x\cdot e^{2x}$

4) $K=\langle -7;1)$ $\quad AK=(-7;1)$

(C)

1) lok. MAX $[-2;-6]$, $[0,0]$ sedlo

2) Df:



3) $y=c_1e^{-3x}+c_2\cdot e^{2x}-3x^2-x+2$

4) konverguje (integr. krit.)

(D)

1) $S=\ln 2$

2) $f''_{yx} = 2x+\frac{1}{y^2}+e^{yx}+x\,e^{yx}\,y$

3) $y=2e^{-x^3-5x}$

4) $K=\langle -e,e)$, $AK=(-e,e)$